МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЧЕЧЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе и информатизации
___________ М.А. Буралова
«27» апреля 2017 г.

# Программа
# вступительных экзаменов в аспирантуру по направлению
# 01.06.01 Математика и механика
# направленности
# 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Программа одобрена на заседании
кафедры «Прикладная математика и механика»
протокол № 4 от «20» «04» 2017 г.
Зав. кафедрой ПММ __________ Ш.Х. Солтаханов, д.ф.-м.н.
*Подпись* *И.О.Ф., ученая степень, звание*

Разработчик программы __________ Т.С. Алероев, д.ф.-м.н.
*Подпись* *И.О.Ф., ученая степень, звание*

Грозный, 2017

**Введение**

Программа вступительных экзаменов в аспирантуру по направлению подготовки 01.06.01 «Математика и механика направленности» 01.01.02. Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, составлена в соответствии с Программой –минимум кандидатского экзамена по направленности 01.01.02 -Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление и учебным планом ФГБОУ ВО «Чеченский государственный университет» по основной профессиональной образовательной программе (ОПОП) по программе подготовки кадров высшей квалификации.

Программа базируется на следующих дисциплинах: Математический анализ, Дифференциальные уравнения, Уравнения математической физики, Уравнения в частных производных, Алгебра, Функциональный анализ, Методы вычислений, Прикладные вопросы функционального анализа, Основы мат. статистики и теории вероятности.

**I. Основные разделы**

**1. Элементы линейной алгебры**

Линейные пространства и их подпространства. Базис, размерность. Матрицы, определители. Собственные числа и собственные вектора. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли. Билинейные и квадратичные формы. Приведение квадратичных форм к нормальному виду. Приведение матрицы линейного оператора к жордановой форме.

**2. Элементы математического анализа**

Равномерная сходимость последовательностей функций и функциональных рядов.

Интеграл Римана, условия интегрируемости функции по Риману. Интеграл Лебега (основная конструкция и отличие от интеграла Римана).

Ряды Фурье и их сходимость.

Топологические, метрические, нормированные и банаховы пространства. Примеры. Гильбертовы пространства. Три основных принципа линейного функционального анализа (теоремы Хана – Банаха, принцип равномерной ограниченности, теорема Банаха об обратном операторе). Компактные и вполне непрерывные операторы. Принцип сжимающих отображений.

Функции комплексного переменного, их дифференцируемость. Примеры. Конформные отображения.

Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряды Тейлора и Лорана. Изолированные особые точки.

Вычеты и их свойства.

Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа.

Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

**3. Дифференциальные уравнения**

Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (Пикара). Теорема Пеано (без доказательства). Теорема о продолжении решения. Случай линейных уравнений.

Теорема о непрерывной зависимости и дифференцируемости решений по начальным условиям и параметрам. Уравнения в вариациях.

Линейные системы. Определитель Вронского. Теорема Лиувилля для уравнений 2-го порядка. Метод вариации постоянных.

Решение систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

Решение задачи Коши для уравнения 1-го порядка с частными производными.

Уравнения с частными производными. Порядок системы уравнений. Характеристики систем уравнений 1-го порядка. Нормальные системы уравнений и задача Коши. Теорема Коши – Ковалевской (без доказательства). Классификация линейных уравнений 2-го порядка и их приведение к каноническому виду.

Основные уравнения математической физики. Постановки начально-краевых задач.

Решение смешанных задач для волнового уравнения и уравнения теплопроводности методом разделения переменных (метод Фурье).

Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Функция Грина задачи Дирихле и ее свойства.

Гармонические функции и их свойства: теорема о среднем, принцип максимума, теорема Лиувилля, теорема об устранимости особенности.

Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. Единственность решения и условия разрешимости.

Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Решение задачи Коши в различных классах начальных функций.

Решение задачи Коши для волнового уравнения методом преобразования Фурье. Формулы Даламбера, Пуассона, Кирхгофа, их физический смысл.

Пространства Соболева $H^1(\Omega)$ и их свойства.

Обобщенные решения краевых и начально-краевых задач для линейных уравнений 2-го порядка общего вида: эллиптического, гиперболического и параболического. Применение метода Галёркина.

Численные методы решения задач для обыкновенных дифференциальных уравнений: Эйлера, Рунге – Кутта, Адамса, стрельбы, прогонки.

Численные методы решения задач математической физики: бегущего счета (гиперболические уравнения), явные и неявные схемы (параболические уравнения), итерационные методы (уравнение Лапласа).

**4. Динамические системы и оптимальное управление**

Общие свойства динамических систем. Особые точки линейных систем на плоскости. Устойчивость по Ляпунову.

Простейшие задачи вариационного исчисления. Задача Лагранжа. Достаточные условия слабого экстремума. Принцип максимума Понтрягина.

## II. Вопросы программы вступительного экзамена в аспирантуру

1. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
2. Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений.
3. Лемма об эквивалентности уравнения n - го порядка нормальной системе.
4. Лемма об эквивалентности задачи Коши интегральном уравнению.
5. Лемма Гронуолла - Беллмана.
6. Уравнение с разделяющимися переменными.
7. Однородные уравнения.
8. Обобщенные однородные уравнения.
9. Линейные уравнения первого порядка.
10. Уравнение Бернулли, уравнения Риккати.
11. Уравнения, допускающие понижение порядка.
12. Последствия теоремы Пикара для систем дифференциальных уравнений.
13. Последствия теоремы Пикара для дифференциальных уравнений n - го порядка.
14. Продолжение решений нормальных систем.
15. Существование и поведение непрерывных решений.
16. Теорема существования и единства для линейных комплексных систем.
17. Теорема существования и единства для линейных комплексных уравнений.
18. Свойства решений однородных линейных систем.
19. Фундаментальная система решений и фундаментальная матрица, их применение.
20. Свойства решений неоднородных линейных систем.
21. Матрица Коши и ее применение.
22. Свойства решений однородных линейных уравнений n - го порядка.
23. Фундаментальная система решений и ее применения.
24. Свойства решений неоднородных линейных уравнений n - го порядка.
25. Функция Коши и ее применение.
26. Фундаментальная система решений однородных линейных

дифференциальных уравнений n - го порядка с постоянными коэффициентами.

27. Метод неопределенных коэффициентов для решения неоднородных линейных дифференциальных уравненийn - го порядка с постоянными коэффициентами и квазиполиномиальной правой частью.
28. Однородные линейные системы дифференциальных уравненийс постоянными коэффициентами.
29. Функции от матриц и их применение к системам дифференциальных уравнений.
30. Разложение матричной экспоненты в степенной ряд.
31. Фундаментальность матричной экспоненты. Структура фундаментальной матрицы.
32. Особые точки линейных систем дифференциальных уравнений.
33. Теорема Флоке - Ляпунова.
34. Теорема о мультипликаторы периодической системы, следствие.
35. Теорема о периодические решения линейной неоднородной системы.
36. Управляемость линейных систем с переменными коэффициентами.
37. Управляемость линейных систем с постоянными коэффициентами.
38. Стабилизация линейных систем.
39. Свойства решений краевых задач.
40. Функция Грина и ее применение.
41. Устойчивость решений линейных систем с переменными коэффициентами.
42. Устойчивость решений линейных систем с постоянными коэффициентами.
43. Устойчивость решений нелинейных систем. Теоремы Ляпунова об устойчивости, асимптотической устойчивости и неустойчивости.
44. Первый и общий интегралы системы дифференциальных уравнений. Связь общего интеграла с решениями системы.
45. Линейныедифференциальные уравненияс частными производными

первого порядка.
46. Квазилинейныедифференциальные уравненияс частными производными первого порядка.

**III. Учебно-методическое и информационное обеспечение программы вступительного экзамена**

1. С.А. Агафонов, А.Д. Герман, Т.В. Муратова Дифференциальные уравнения. - МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. -348 с. - (Математика в техническом университете).
2. Виленкин Н. Я. и др. Дифференциальные уравнения: Учеб. пособие для студентов-заочников IV курса физ.-мат, фак. / Н. Я. Виленкин, М. А. Доброхотова, А. Н. Сафонов.– М.: Просвещение, 1984. – 176 с. – Моск. гос. заоч. пед. ин-т.
3. Демидович Б. П., Моденов В. П. Дифференциальные уравнения: Учебное пособие. 3-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2008. – 288 с: ил. – (Учебники для вузов.Специальная литература). ISBN 978-5-8114-0677-7
4. Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. 2-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 384 с.
5. Еругин Н.П. Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений. - Минск, Наука и техника, 1979. - 744 с.
6. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И., Шикин Е.В., и др. Вся высшая математика: Учебник. Т. 3. Теория рядов, обыкновенные дифференциальные уравнения, теория устойчивости - М.: Эдиториал УРСС, 2001. – 240 с. ISBN 5-8360-0153-7
7. Романко В. К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. – 2-е изд. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001 - 344 с: ил.
8. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - 4 изд. - М., Наука, 1974. - 331 с.
9. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения: Учеб.: Для вузов. – 4-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 256 с. –

(Курс высшей математики и математической физики - Вып. 6 ISBN 5-9221-0277-X.).
10. ТрикомиФ. Дифференциальные уравнения. 1962 год. 362 с.
11. Федорюк М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – 2-е изд., перераб. и доп.-М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985.– 448 с.
12. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969. - 424 с.

**Список интернет-ресурсов:**

| № п/п | Наименование программного обеспечения / ссылка на Интернет-ресурс | Компания-производитель, год |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | MATLAB / http://www.mathworks.com | Mathworks, 2012 |
| 2 | Intel Fortran Compiler / http://www.intel.com | Intel, 2012 |
| 3 | Microsoft Visual Studio / http://www.microsoft.com | Microsoft, 2012 |
| 4 | ANSYS / http://www.ansys.com | ANSYS, 2012 |
| 5 | ABAQUS/ http://www.3ds.com | SIMULIA, 2012 |
| 6 | СТАДИО / http://www.stadyo.ru | ЗАО НИЦ «СтаДиО», 2012 |
| 7 | SCAD / http://www.scadgroup.com | SCAD Soft, 2012 |